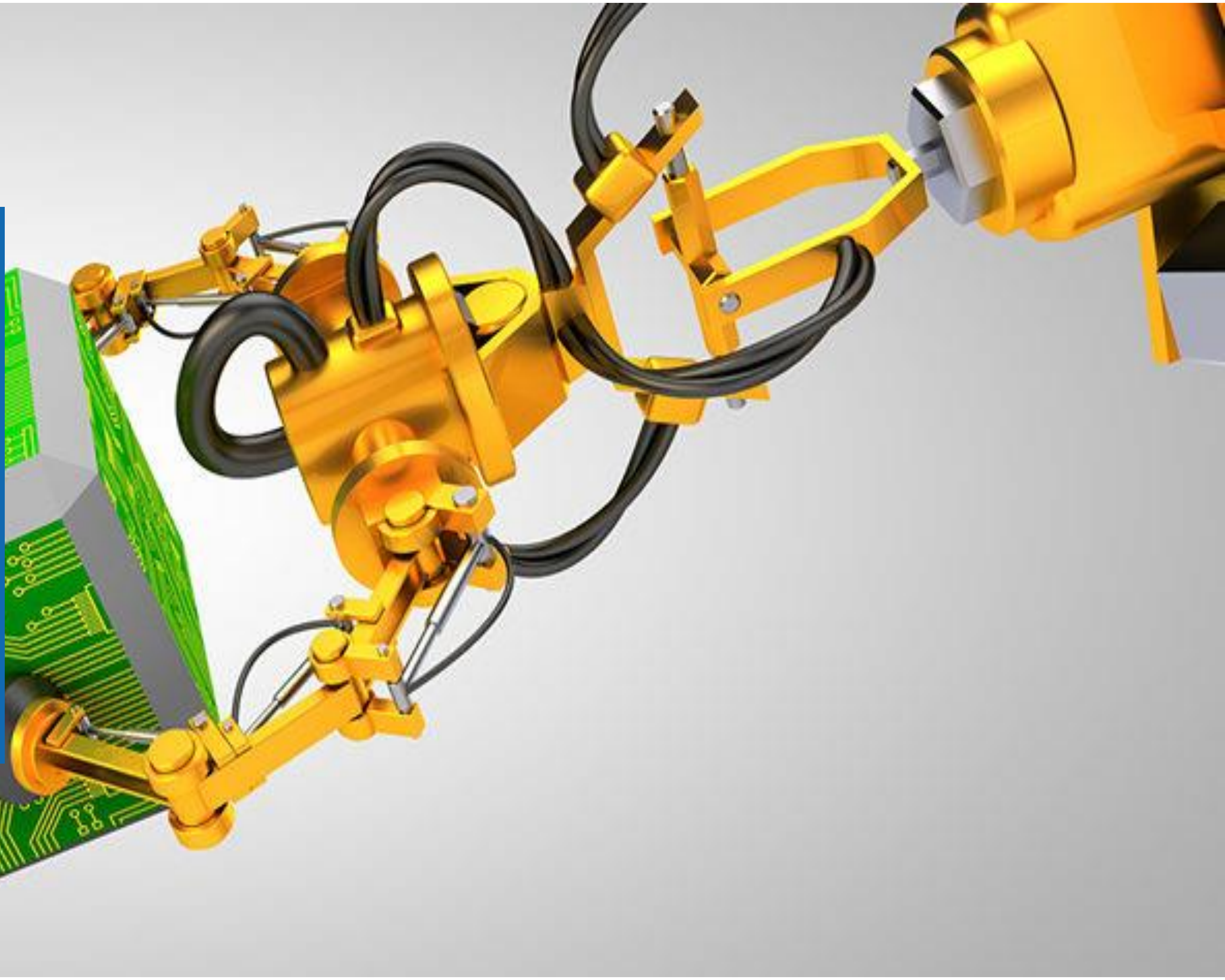
ETH zürich
D MAVT
Xaver Huber



Technische Mechanik
151-0223-10

Kolloquium 03

Kinematik
Bewegungslehre

Herbstsemester 2025

30.09.2025

LEGO Projekte

- Erstes Projekt startet **heute**
- Fehlende Sets und fehlende Teile bitte nach Kolloquium abholen

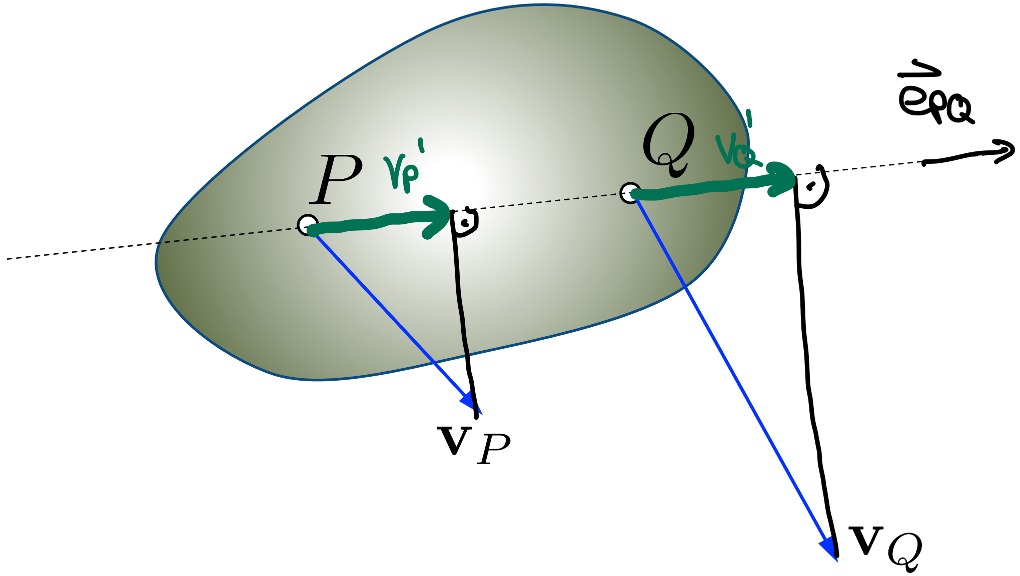
Agenda

1. Satz der projezierten Geschwindigkeiten (SdpG)
2. Satz vom Momentanzentrum (SvM)
3. Reibungsfreie Bindungen in ebenen Systemen
4. Minimalbeispiele
    1. Das Hochrad
    2. Ein Fachwerk
5. Beispiel: Planetengetriebe

Satz der projezierten Geschwindigkeiten (SdpG)

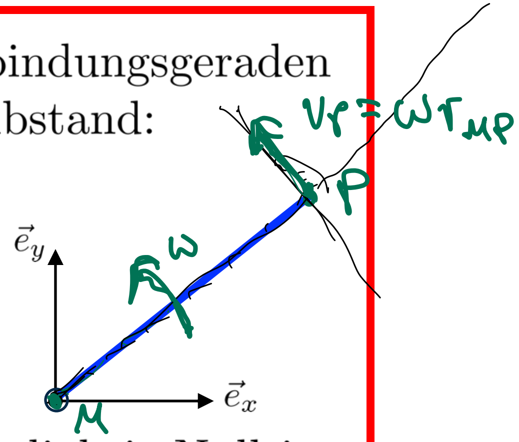
Die Projektionen v'_{P} und v'_{Q} der Geschwindigkeiten $\vec{v}_{\mathrm{P}}$, $\vec{v}_{\mathrm{Q}}$ von zwei beliebigen Punkten P und Q eines Starrkörpers auf ihre Vebindungsgerade sind gleich:

$$\vec{v}_{\mathrm{P}} \cdot \vec{e}_{\mathrm{PQ}} = \vec{v}_{\mathrm{Q}} \cdot \vec{e}_{\mathrm{PQ}}$$
$$v'_{\mathrm{P}} = v'_{\mathrm{Q}}$$



Satz vom Momentanzentrum (SvM)

Bei der Rotation steht die Geschwindigkeit $\vec{v}_{\mathrm{P}}$ des Punktes P senkrecht auf der Verbindungsgeraden durch P und das Momentanzentrum M. Die Schnelligkeit ist proportional zum Abstand:

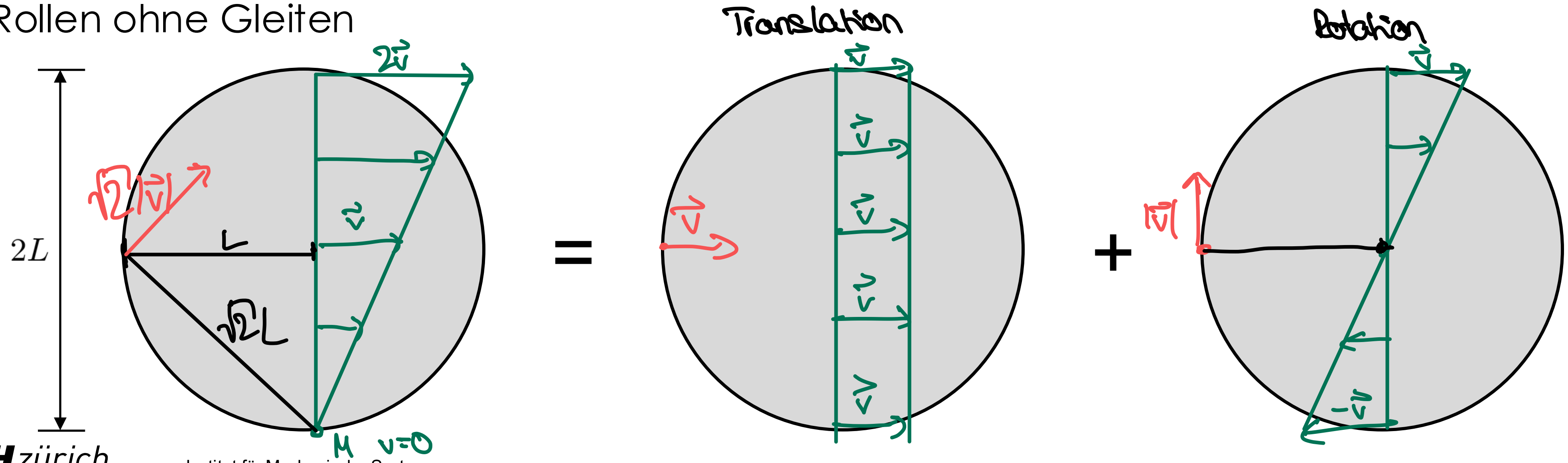


$$\vec{v}_{\mathrm{P}} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{\mathrm{MP}}$$

$$\|\vec{v}_{\mathrm{P}}\| = v_{\mathrm{P}} = \omega r_{\mathrm{MP}}$$

Das Momentanzentrum M ist der Raumpunkt, an dem die momentane Geschwindigkeit Null ist und die Bewegung für diesen Augenblick als reine Rotation betrachtet wird

- Rollen ohne Gleiten



Das Hochrad

Welche Zusammenhänge zwischen den Geschwindigkeiten sind richtig?

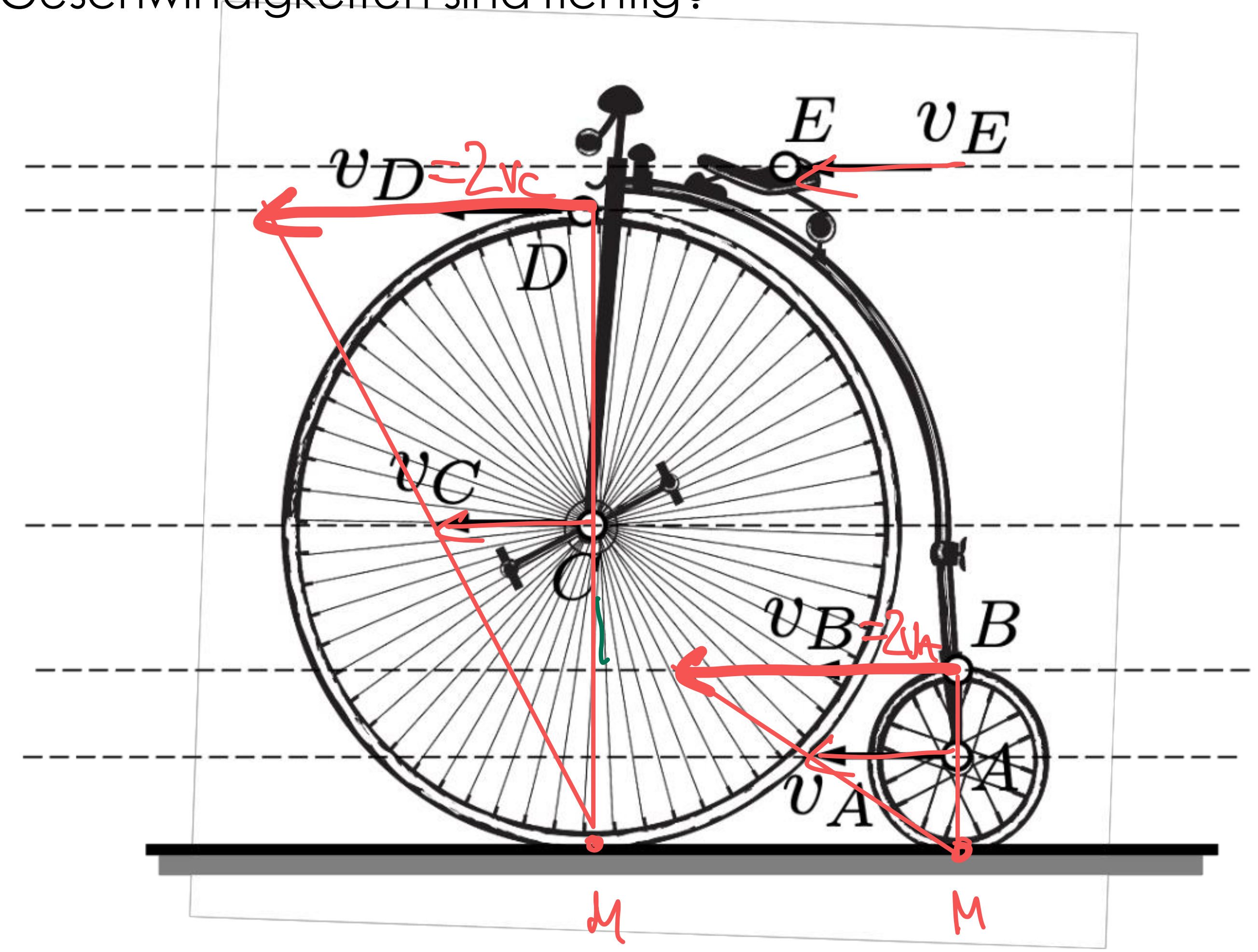
- $v_A = v_B = \cancel{v_C = v_D} = v_E$
- $v_B \overset{②}{=} v_D$
- $v_A \overset{①}{=} v_C = v_E \neq$ v_B v_D
- $v_B \overset{③}{=} 2v_E$
- $v_B \cancel{= v_C} = v_E$

① $v_C = v_E = v_A$

$v_B = 2v_A \overset{③}{=} 2v_E$

② ‖

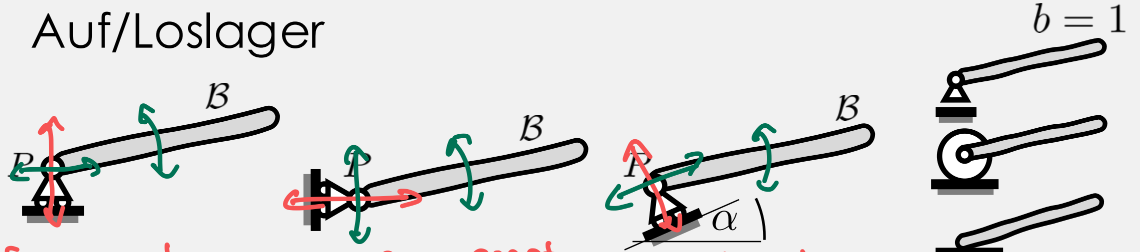
$v_D = 2v_C = 2v_E$



Reibungsfreie Bindungen in ebenen Systemen

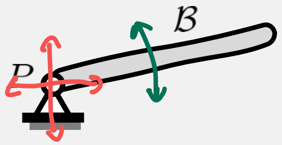
- Lager

– Auf/Loslager $b = 1$



$r_{P_y} = \text{const}$ $\quad r_{P_x} = \text{const}$ $\quad r_{P_y} = \tan(\alpha)\, r_{P_x}$

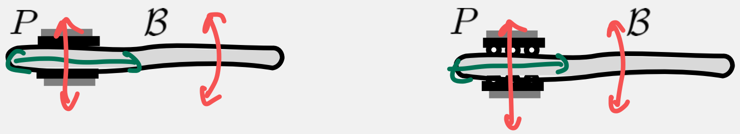
– Gelenk/Festlager $b = 2$



$r_{P_x} = \text{const}$

$r_{P_y} = \text{const}$

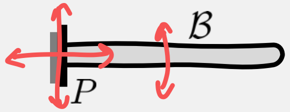
– Slider



$r_{P_y} = \text{const}$

$\theta_{\mathcal{B}} = \text{const}$

– Einspannung $b = 3$

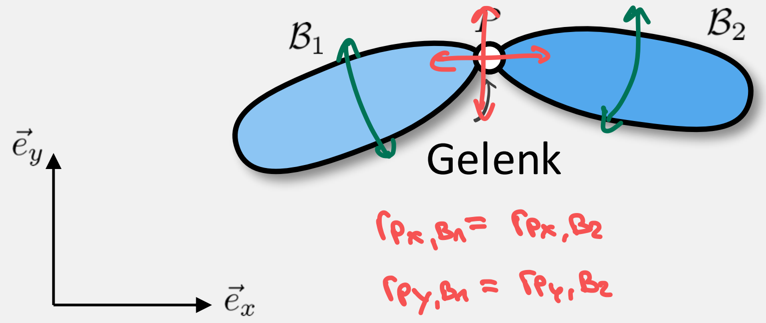


$r_{P_x} = \text{const}$

$r_{P_y} = \text{const}$

$\theta_{\mathcal{B}} = \text{const}$

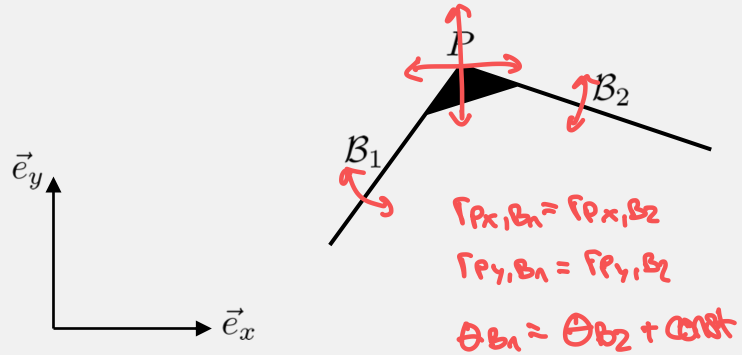
- Gelenkige Verbindungen $b = 2$



$r_{P_x,\mathcal{B}_1} = r_{P_x,\mathcal{B}_2}$

$r_{P_y,\mathcal{B}_1} = r_{P_y,\mathcal{B}_2}$

- Steife Verbindungen $b = 3$



$r_{P_x,\mathcal{B}_1} = r_{P_x,\mathcal{B}_2}$

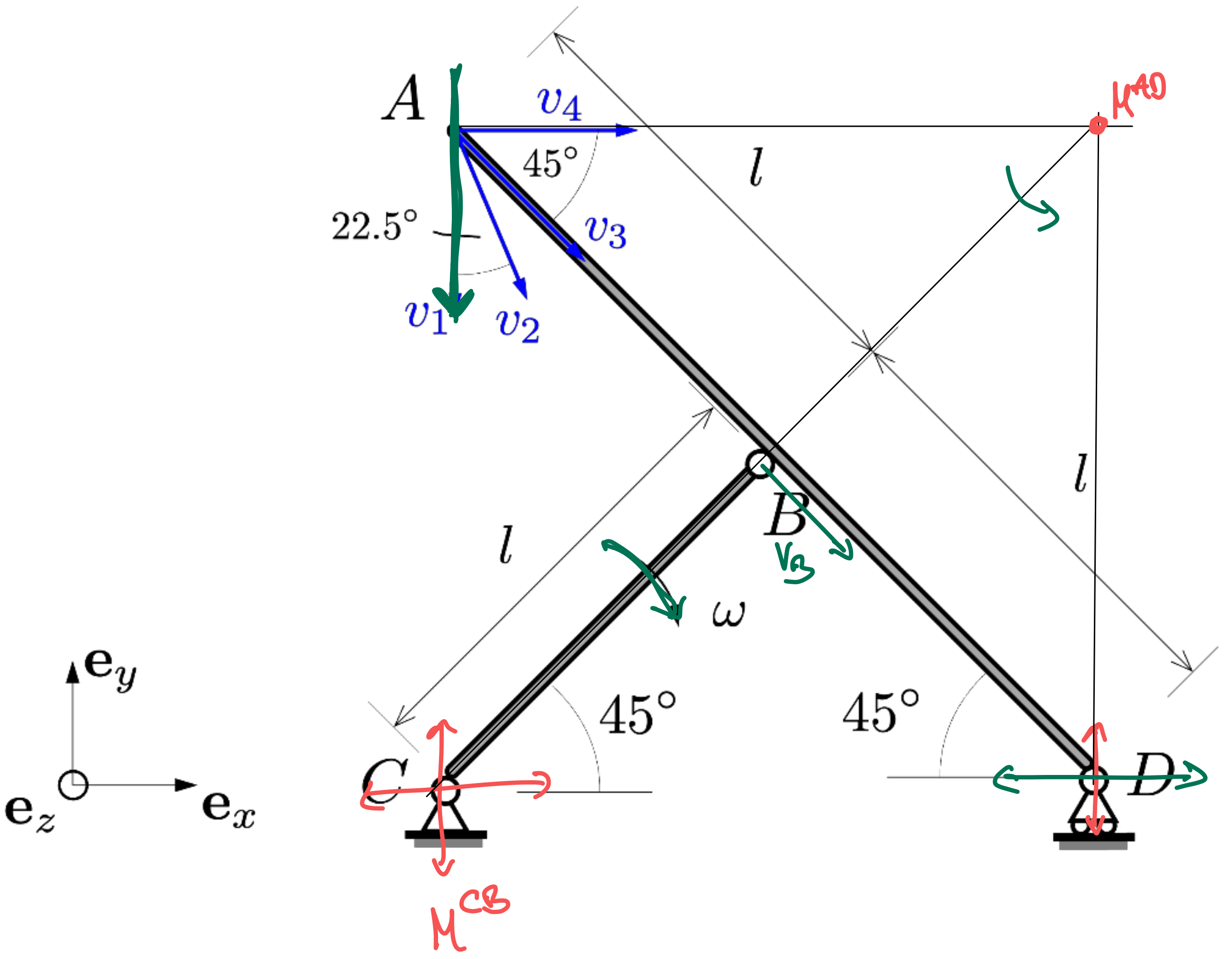
$r_{P_y,\mathcal{B}_1} = r_{P_y,\mathcal{B}_2}$

$\theta_{\mathcal{B}_1} = \theta_{\mathcal{B}_2} + \text{const}$

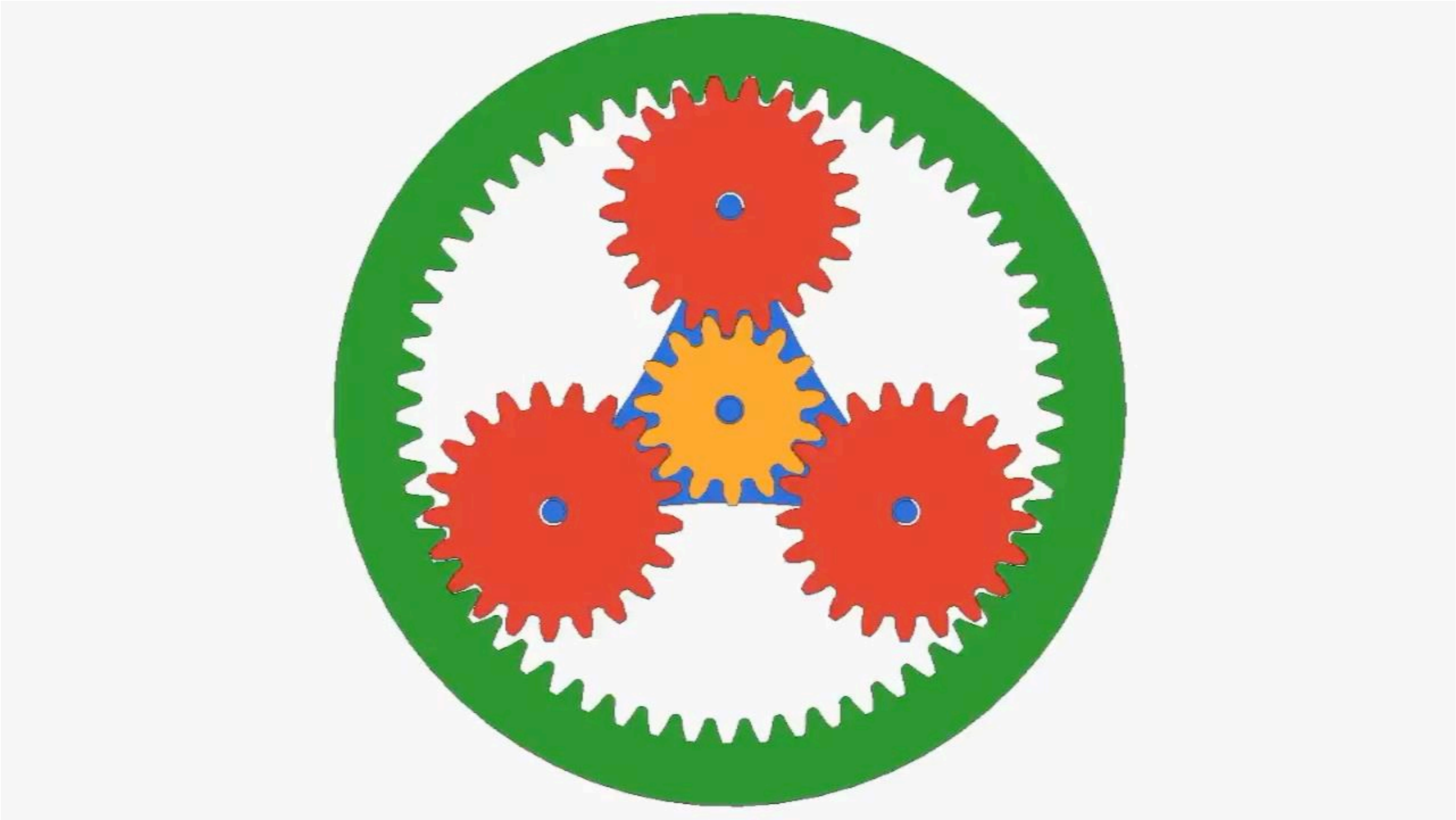
Ein Fachwerk

In welche Richtung zeigt v_A ?

- Richtung v_1
- Richtung v_2
- Richtung v_3
- Richtung v_4
- Keine, weil $v_A = 0$



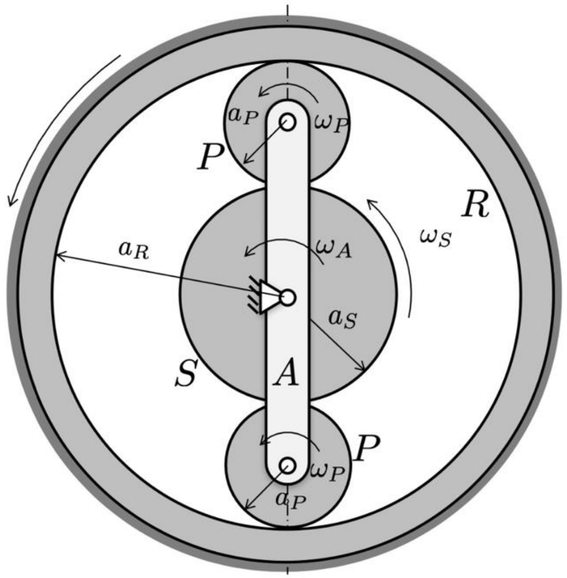
Beispiel: Planetengetriebe



Helikopter: https://youtu.be/gqZVG39KqVQ?si=rBQ-XsSJL02Qr_6C&t=95

Beispiel: Planetengetriebe

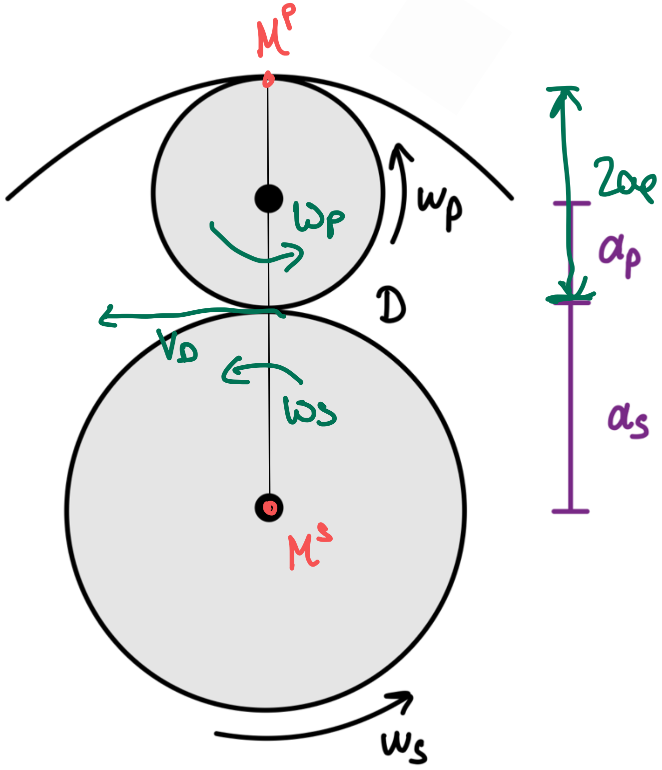
Betrachten Sie das unten skizzierte Planetengetriebe. Das Sonnen- (S), Planeten- (P) und Ringzahnrad (R) haben die entsprechenden Radii a_S, a_P und a_R (siehe Skizze). Der Stab A verbindet die zwei Planetenzahnräder und kann frei drehen. Das Ringzahnrad (R) ist fix und das Sonnenzahnrad (S) rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω_S. Die Winkelgeschwindigkeiten sind im Gegenuhrzeigersinn positiv definiert (siehe Skizze).



1. Was ist der Zusammenhang $\frac{\omega_P}{\omega_S}$ zwischen den Winkelgeschwindigkeiten des Planeten- und Sonnenzahnrades?
2. Was ist der Zusammenhang $\frac{\omega_P}{\omega_A}$ zwischen den Winkelgeschwindigkeiten der Planetenzahnräder und Stab A?

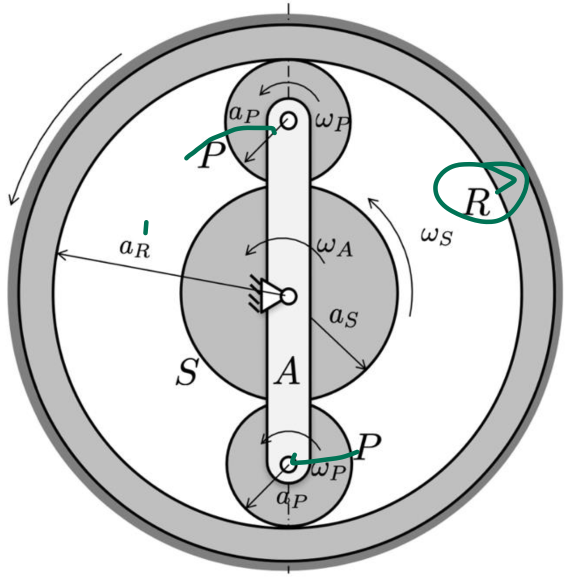
Beispiel: Planetengetriebe

1. Was ist der Zusammenhang $\frac{\omega_P}{\omega_S}$ zwischen den Winkelgeschwindigkeiten des Planeten- und Sonnenzahnrades?



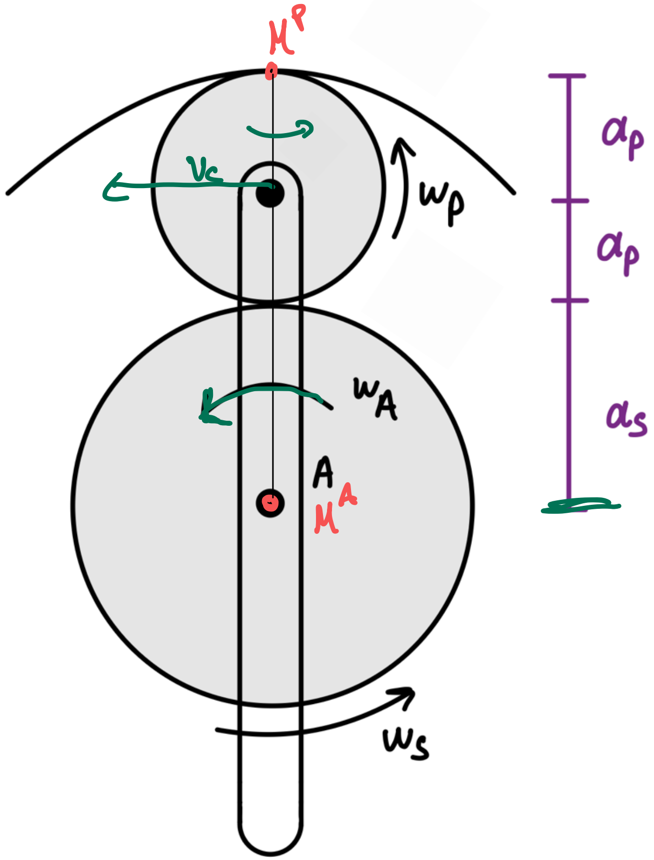
$$v_D = \omega_S a_S \overset{!}{=} -\omega_P 2a_P$$

$$\frac{\omega_P}{\omega_S} = -\frac{a_S}{2a_P}$$



Beispiel: Planetengetriebe

2. Was ist der Zusammenhang $\frac{\omega_P}{\omega_A}$ zwischen den Winkelgeschwindigkeiten der Planetenzahnräder und Stab A?



$$v_c = -\omega_P a_P \overset{!}{=} \omega_A (a_P + a_S)$$

$$\frac{\omega_P}{\omega_A} = - \frac{a_P + a_S}{a_P}$$